

УДК 539.3+624.21

СЕЙСМОДИНАМИКА ПРОЛЕТНОГО СТРОЕНИЯ МОСТА, КОНТАКТИРУЮЩЕГО С ДЕФОРМИРУЕМЫМИ ОПОРАМИ

¹Мардонов Б.М., ¹Нишонов Н.А., ¹Бердибаев М.Ж., ¹Хуррамов А.Ч.,
²Аъзамов Р.Р.

*batsam@list.ru

¹ Институт механики и сейсмостойкости сооружений имени М.Т. Уразбаева АН РУз,
Ташкент, Узбекистан;

²Национальный исследовательский институт сейсмической безопасности и устойчивого
строительства при Ташкентском архитектурно-строительном университете, Ташкент,
Узбекистан.

На практике встречаются задачи, связанные с расчетами группы свай, заглубленных в грунтовую среду на различную глубину погружения. При этом основное внимание уделяется оценке влияния внешней грунтовой среды на величину перемещения свай и развития контактных усилий в местах связи свай с несущими балками. Как показывают результаты наблюдения состояния мостовых сооружений при действии внешних сил, особенно сейсмических, наибольшие повреждения конструкции происходят в местах стыка свай с балками. В работе изучен колебательный процесс жесткой балки, контактирующей с двумя сваями через упругие элементы. Дана оценка влияния коэффициентов жесткостей на АЧХ колебания балки.

Ключевые слова: мост, балка, опора, колебания, перемещение, грунт, сейсмическая нагрузка.

Цитирование: Мардонов Б.М., Нишонов Н.А., Бердибаев М.Ж., Хуррамов А.Ч., Аъзамов Р.Р. Сейсмодинамика пролетного строения моста, контактирующего с деформируемыми опорами // Проблемы механики. – 2026. – № 2(36). – С. 25-35.

1 Введение

Мосты являются жизненно важными сооружениями, и их повреждение во время землетрясений может привести к значительным экономическим потерям и затруднить оказание помощи после землетрясения. Метод анализа сейсмической хрупкости, который может обеспечить вероятность повреждения конструкции при определенном уровне интенсивности землетрясения, является мощным инструментом для оценки сейсмического риска мостовых конструкций.

Сейсмические колебания конструкций имеют очень сложную пространственную природу. При интенсивном сейсмическом воздействии, приводящем к повреждению, деформации конструкции выходят за пределы упругости и колебания, как правило, не являются линейными. Однако для упрощения проблемы нормированный метод определения сейсмических сил основан на линейной теории и позволяет независимо рассматривать три взаимно перпендикулярных (вертикальной и горизонтальной) составляющих колебаний.

Анализ данных о сейсмических повреждениях показал, что воздействие землетрясений магнитудой 7–9 баллов на сооружения приводит к значительным повреждениям конструкций и серьезным нарушениям движения, вплоть до полного прекращения движения на срок от нескольких дней до нескольких недель.

Напряженно-деформированное состояние моста при сейсмическом воздействии следует рассчитывать, исходя из амплитудных и спектральных характеристик колебаний грунта, которые в общем случае полагают равными соответствующим характеристикам колебаний среднего по сейсмическим свойствам грунта в районе строительства, с поправками на особенности сейсмического режима в створе мостового перехода, на инженерногеологические и топографические условия площадок сооружения опор, а также с поправкой на направление колебаний [1–5].

При проектировании свайных фундаментов следует учитывать следующие факторы: грунтовые условия площадки строительства; гидрогеологический режим; особенности устройства свай; наличие шлама под нижним концом свай. Из анализа данных о разрушениях мостов [5, 6] отмечается значительное влияние местных условий на сильное движение грунта и последующее повышение уязвимости мостов на участках с мягким грунтом. Многие мосты и возвышенные дорожные пути пересекают водные объекты, где распространены отложения мягкого грунта. Во время землетрясения Хёго-Кен Нанбу (Кобе, 1995) произошел значительный ущерб и обрушение мостов, построенных рядом или в пределах залива Осака [7, 8].

Кроме того, многие участки подверглись разжижению, что привело к постоянным деформациям подструктуры и потере устойчивости опоры мостов (рис.1).



Рис. 1 Разрушение транспортной эстакады при землетрясении в Кобе (Япония)

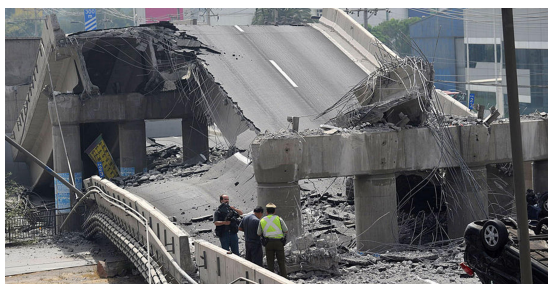


Рис. 2 Разрушение путепровода при землетрясении в Чили

Чили расположена в одной из самых активных зон субдукции в мире. После землетрясения в Мауле в 2010 году было повреждено около 300 мостов, а некоторые из них даже обрушились. Большинство мостов, поврежденных во время землетрясения, представляли собой многопролетные железобетонные балочные мосты с предварительным напряжением (рис.2).

Участки грунта, расположенные непосредственно над разломом, приходят в движение со значительными горизонтальными и вертикальными ускорениями грунта, а также большими импульсами скорости. Движения грунта вблизи разлома могут предъявлять большие деформационные требования к податливым конструкциям. Это обстоятельство требует, что все расчеты свай, свайных фундаментов и их оснований следует выполнять с использованием расчетных значений характеристик материалов и грунтов.

2 Методы.

При землетрясениях опоры и пролетные строения мостов динамически взаимодействуют друг с другом и их совокупность реагирует на движения основания как единая колебательная система. Поэтому основной задачей теории сейсмостойкости мостовых сооружений является исследование совместных колебаний пролетных строений и опор, вызванных колебаниями основания [9–14].

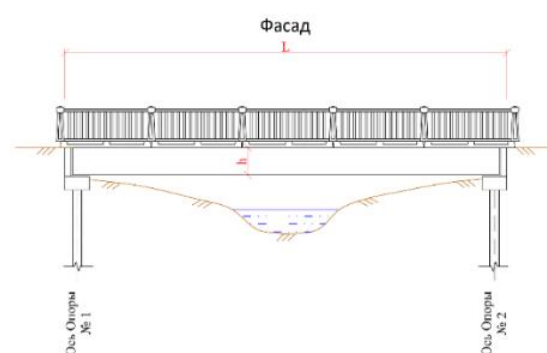


Рис. 3 Схема однопролетного балочного моста

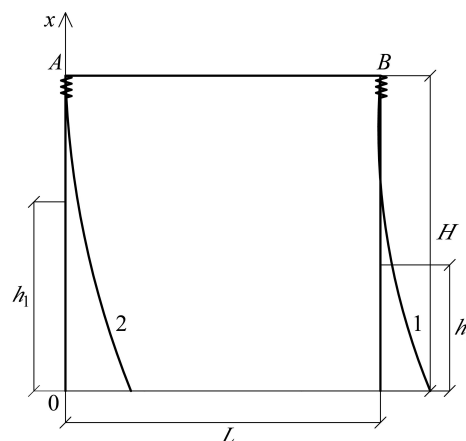


Рис. 4 Схема колебаний двух свай, несущих жесткую балку с упругими элементами

В данной работе рассмотрен однопролетный железобетонный мост (рис. 3), который представлен в виде двух одинаковых свай равной длины, контактирующих с пролетным строением. В данной работе изучены колебания двух свай в виде балок квадратного сечения с равными длинами L , частично заложенных в грунтовую среду, и совместно несущих жесткую балку массой M , причем каждая свая взаимодействует с грунтовой средой по закону Винклера (рис. 3 и 4). Основание совершает горизонтальное движение по закону $w = W_0 \sin \omega t$.

Установим начало координат в нижнем сечении 1-свай и направим ось OX вертикально вверх. Обозначим через $w_{11}(x, t)$ и $w_{12}(x, t)$ прогибы 1-ой балки соответственно на участках $0 < x < h_1$, $h_1 < x < H$. Аналогично обозначим через $w_{21}(x, t)$ и $w_{22}(x, t)$ прогибы второй балки соответственно на участках $0 < x < h_2$, $h_2 < x < H$ (H — общая высота свай).

В каждой зоне прогибы свай $w_{ij}(x, t)$ и перемещение балки $w(t)$ удовлетворяют уравнениям.

$$EJ \frac{\partial^4 w_{11}}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w_{11}}{\partial t^2} + k_1 w_{11} = 0, \quad 0 < x < h_1 \quad (1)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{12}}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{при } h_1 < x < H \quad (2)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{21}}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w_{21}}{\partial t^2} + k_2 w_{21} = 0, \quad 0 < x < h_2 \quad (3)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{22}}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w_{22}}{\partial t^2} = 0, \quad \text{при } h_2 < x < H \quad (4)$$

и следующим граничным условиям

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{11}}{\partial x} &= 0, \\ EJ \frac{\partial^3 w_{11}}{\partial x^3} &= k_{01}(w_{11} - w_0), \end{aligned} \quad (5)$$

$$w_{11} = w_{12}, \quad \text{при } x = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{11}}{\partial x} &= \frac{\partial w_{12}}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 w_{11}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_{12}}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^3 w_{11}}{\partial x^3} &= \frac{\partial^3 w_{12}}{\partial x^3}, \quad \text{при } x = h_1 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{21}}{\partial x} &= 0, \\ EJ \frac{\partial^3 w_{21}}{\partial x^3} &= k_{02}(w_{21} - w_0), \end{aligned} \quad (7)$$

$$w_{21} = w_{22}, \quad \text{при } x = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_{21}}{\partial x} &= \frac{\partial w_{22}}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 w_{21}}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_{22}}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^3 w_{21}}{\partial x^3} &= \frac{\partial^3 w_{22}}{\partial x^3}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$w'_{12} = 0, \quad w'_{22} = 0, \quad \text{при } x = h_2$$

$$\begin{aligned} w'''_{12} &= -\frac{k_{11}}{EJ}(w_{12} - w), \quad \text{при } x = H, \\ w'''_{22} &= -\frac{k_{12}}{EJ}(w_{22} - w), \end{aligned} \quad (9)$$

где EJ — изгибная жесткость балки, m — погонная масса свай, k_1, k_2 — коэффициенты постели для каждой зоны контакта сваи (балки) с грунтом соответственно, k_{01}, k_{02} — коэффициенты жесткости контакта при сдвиге нижнего сечения сваи с основанием, k_{11}, k_{12} — коэффициенты жесткости упругого контакта балки со сваями.

Решения уравнений (1) - (4) и амплитуда колебания балки $w(t)$ представим в виде

$$w_{ij}(x, t) = W_{ij}(x) \sin \omega_0 t, \quad w = W_b \sin \omega_0 t,$$

где функции $W_{ij}(x)$ удовлетворяют уравнениям и следующим условиям

$$EJ \frac{\partial^4 w_{11}}{\partial x^4} + (k_1 - m\omega_0^2) W_{11} = 0, \quad 0 < x < h_1 \quad (10)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{12}}{\partial x^4} - m\omega_0^2 W_{12} = 0, \quad \text{при } h_1 < x < H \quad (11)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{21}}{\partial x^4} + (k_2 - m\omega_0^2) W_{21} = 0, \quad 0 < x < h_2 \quad (12)$$

$$EJ \frac{\partial^4 w_{22}}{\partial x^4} - m\omega_0^2 W_{22} = 0, \quad \text{при } h_2 < x < H \quad (13)$$

$$\begin{aligned} W'_{11} &= 0, \\ W'''_{11} - \frac{k_{01}}{EJ} W_{11} &= \frac{k_{01}}{EJ} W_0, \quad \text{при } x = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} W_{11} &= W_{12}, \quad W'_{11} = W'_{12}, \\ W''_{11} &= W''_{12}, \quad W'''_{11} = W'''_{12}, \quad \text{при } x = h_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} W'_{12} &= 0, \\ W'''_{12} - \frac{k_{02}}{EJ} W_{12} &= -\frac{k_{02}}{EJ} W_0, \quad \text{при } x = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} W_{21} &= W_{22}, \quad W'_{21} = W'_{22}, \\ W''_{21} &= W''_{22}, \quad W'''_{21} = W'''_{22}, \quad \text{при } x = h_2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} W'_{12} &= 0, \quad W'_{22} = 0, \\ W'''_{12} &= -\frac{k_{11}}{EJ} (W_{12} - W_1), \quad \text{при } x = H, \\ W'''_{22} &= -\frac{k_{12}}{EJ} (W_{22} - W_1), \end{aligned} \quad (18)$$

Полагая $k_2 < k_1$, $\omega_0 < \sqrt{k_2/4m}$, решения уравнений (9)–(12) представим через функции Крылова

$$\begin{aligned} W_{11} &= C_1 Y_1 \left(\beta_1 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) + C_2 Y_2 \left(\beta_1 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) \\ &+ C_3 Y_3 \left(\beta_1 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) + C_4 Y_4 \left(\beta_1 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right), \quad \text{при } 0 < \xi < h_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{12} &= C_1 S_1 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] + C_2 \frac{\beta_1}{\omega} S_2 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] \\ &+ C_3 \frac{\beta_1^2}{\omega^2} S_3 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] + C_4 \frac{\beta_1^3}{\omega^3} S_4 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right], \quad \text{при } \bar{h}_1 < \xi \leq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{21} &= B_1 Y_1 \left(\beta_2 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) + B_2 Y_2 \left(\beta_2 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) \\ &+ B_3 Y_3 \left(\beta_2 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right) + B_4 Y_4 \left(\beta_2 \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right), \quad \text{при } 0 < \xi < \bar{h}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} W_{22} &= B_1 S_1 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] + B_2 \frac{\beta_2}{\omega} S_2 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] \\ &+ B_3 \frac{\beta_2^2}{\omega^2} S_3 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right] + B_4 \frac{\beta_2^3}{\omega^3} S_4 \left[\omega \left(\xi - \frac{h}{2} \right) \right], \quad \text{при } \bar{h}_2 < \xi \leq 1 \end{aligned}$$

где $Y_j(z)$ и $S_j(z)$ — функции Крылова

$$\begin{aligned} Y_1 &= \cos \beta_1 z \operatorname{ch} \beta_1 z, \quad Y_2 = (\sin \beta_1 z \operatorname{ch} \beta_1 z + \cos \beta_1 z \operatorname{sh} \beta_1 z), \\ Y_3 &= \sin \beta_1 z \operatorname{sh} \beta_1 z, \quad Y_4 = (\sin \beta_1 z \operatorname{ch} \beta_1 z - \cos \beta_1 z \operatorname{sh} \beta_1 z). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_1 &= 0.5 (\operatorname{ch} \alpha z + \cos \omega z), & S_2 &= 0.5 (\operatorname{sh} \alpha z + \sin \omega z), \\ S_3 &= 0.5 (\operatorname{ch} \alpha z - \cos \omega z), & S_4 &= 0.5 (\operatorname{sh} \alpha z - \sin \omega z). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{H}, & \omega &= \sqrt{\frac{mL^4\omega_0^2}{EJ}}, & \beta_1 &= \sqrt[4]{\omega_1^2 - \omega^2} \\ \beta_2 &= \sqrt[4]{\omega_2^2 - \omega^2}, & \omega_1 &= \sqrt{\frac{k_1 L^4}{4EJ}}, & \omega_2 &= \sqrt{\frac{k_2 L^4}{4EJ}}, & \bar{h}_1 &= \frac{h_1}{H}, & \bar{h}_2 &= \frac{h_2}{H}. \end{aligned}$$

Рассмотрим случай жесткого контакта сваи с основанием, где полагаем $k_{01} \rightarrow \infty$ и $k_{02} \rightarrow \infty$. Постоянные C_i, B_i ($i = 1, 2, 3, 4$) определяются из граничных условий (13), (15), (17)–(18), которые записываем в виде

$$c_{11}C_1 + c_{12}C_2 + c_{13}C_3 + c_{14}C_4 = W_0, \quad (19)$$

$$c_{12}C_1 + c_{22}C_2 + c_{23}C_3 + c_{24}C_4 = 0, \quad (20)$$

$$b_{11}B_1 + b_{12}B_2 + b_{13}B_3 + b_{14}B_4 = W_0, \quad (21)$$

$$b_{21}B_1 + b_{22}B_2 + b_{23}B_3 + b_{24}B_4 = 0, \quad (22)$$

$$a_{11}C_1 + a_{12}C_2 + a_{13}C_3 + a_{14}C_4 = W_1, \quad (23)$$

$$a_{21}C_1 + a_{22}C_2 + a_{23}C_3 + a_{24}C_4 = 0, \quad (24)$$

$$d_{11}B_1 + d_{12}B_2 + d_{13}B_3 + d_{14}B_4 = W_1, \quad (25)$$

$$d_{21}B_1 + d_{22}B_2 + d_{23}B_3 + d_{24}B_4 = 0, \quad (26)$$

$$c_{11} = \dot{Y}_1(-\beta_1 \bar{h}_1), \quad c_{12} = \dot{Y}_2(-\beta_1 \bar{h}_1) \frac{\alpha}{2\beta_1},$$

$$c_{13} = Y_3(-\beta_1 \bar{h}_1) \frac{\omega^2}{2\beta_1^2}, \quad c_{14} = Y_4(-\beta_1 \bar{h}_1) \frac{\omega^3}{4\beta_1^3},$$

$$c_{21} = -\beta_1 Y_4(-\beta_1 \bar{h}_1), \quad c_{22} = \omega Y_1(-\beta_1 \bar{h}_1),$$

$$c_{23} = Y_2(-\beta_1 \bar{h}_1) \frac{\omega^2}{2\beta_1}, \quad c_{24} = Y_3(-\beta_1 \bar{h}_1) \frac{\omega^3}{2\beta_1},$$

$$b_{11} = \dot{Y}_1(-\beta_1 \bar{h}_2), \quad b_{12} = \omega Y_2(-\beta_1 \bar{h}_2) \frac{\alpha}{2\beta_2},$$

$$b_{13} = Y_3(-\beta_2 \bar{h}_2) \frac{\omega^2}{2\beta_2^2}, \quad b_{14} = Y_4(-\beta_2 \bar{h}_2) \frac{\omega^3}{4\beta_2^3},$$

$$b_{21} = -\beta_2 Y_4(-\beta_2 \bar{h}_2), \quad b_{22} = \omega Y_1(-\beta_2 \bar{h}_2),$$

$$b_{23} = Y_2(-\beta_2 \bar{h}_2) \frac{\omega^2}{2\beta_2}, \quad b_{24} = Y_3(-\beta_2 \bar{h}_2) \frac{\omega^3}{2\beta_2},$$

$$a_{11} = S_1(\omega \bar{h}_{11}), \quad a_{12} = \frac{\beta_1 S_2(\omega \bar{h}_{11})}{\omega},$$

$$a_{13} = \frac{\beta_1^2 S_3(\omega \bar{h}_{11})}{\omega^2}, \quad a_{14} = \frac{\beta_1^3 S_4(\omega \bar{h}_{11})}{\omega^3},$$

$$a_{21} = S_4(\omega \bar{h}_{11}), \quad a_{22} = \frac{\beta_1 S_1(\omega \bar{h}_{11})}{\omega},$$

$$\begin{aligned}
a_{23} &= \frac{\beta_1^2 S_2(\omega \bar{h}_{11})}{\omega^2}, & a_{24} &= \frac{\beta_1^3 S_3(\omega \bar{h}_{11})}{\omega^3}, \\
d_{11} &= S_1(\omega \bar{h}_{21}), & d_{12} &= \frac{\beta_2 S_2(\omega \bar{h}_{21})}{\omega}, \\
d_{13} &= \frac{\beta_2^2 S_3(\omega \bar{h}_{21})}{\omega^2}, & d_{14} &= \frac{\beta_2^3 S_4(\omega \bar{h}_{21})}{\omega^3}, \\
d_{21} &= S_4(\omega \bar{h}_{21}), & d_{22} &= \frac{\beta_2 S_1(\omega \bar{h}_{21})}{\omega}, \\
d_{23} &= \frac{\beta_2^2 S_3(\omega \bar{h}_{21})}{\omega^2}, & d_{24} &= \frac{\beta_2^3 S_3(\omega \bar{h}_{21})}{\omega^3}.
\end{aligned} \tag{27}$$

где W_0 — перемещение основания, W_1 и W_2 — соответственно перемещения сечения $x = H$ свай,

$$\begin{aligned}
\bar{h}_1 &= 1 - \frac{h_1}{H}, & \bar{h}_2 &= 1 - \frac{h_2}{H}, \\
\bar{h}_1 &= \frac{h_1}{H}, & \bar{h}_2 &= \frac{h_2}{H}.
\end{aligned}$$

Полагаем

$$\begin{aligned}
C_i &= r_i W_1 + s_i W_0, \quad i = (1, 2, 3, 4), \\
B_i &= q_i W_1 + n_i W_0,
\end{aligned}$$

где r_i, s_i, q_i и n_i определяются из системы (19)–(26).

$$\begin{aligned}
r_1 &= \frac{r_{22}}{\Delta_1}, \quad s_1 = -\frac{r_{12}}{\Delta_1}, \quad r_2 = \frac{r_{11}}{\Delta_1}, \quad s_2 = -\frac{r_{21}}{\Delta_1}, \\
r_3 &= r_1 \Delta_{11} + r_2 \Delta_{12}, \quad s_3 = s_1 \Delta_{11} + s_2 \Delta_{12}, \\
r_4 &= r_1 \Delta_{21} + r_2 \Delta_{22}, \quad s_4 = s_1 \Delta_{21} + s_2 \Delta_{22}. \\
r_{11} &= c_{11} + c_{13} \Delta_{11} + c_{14} \Delta_{21}, \quad r_{12} = c_{12} + c_{13} \Delta_{12} + c_{14} \Delta_{22}. \\
r_{21} &= a_{11} + a_{13} \Delta_{11} + a_{14} \Delta_{21}, \quad r_{22} = a_{12} + a_{13} \Delta_{12} + a_{14} \Delta_{22}. \\
\Delta_1 &= r_{11} r_{22} - r_{21} r_{12}, \quad \Delta_{11} = \frac{c_{24} a_{21} - a_{24} c_{21}}{\Delta_0}, \\
\Delta_{12} &= \frac{c_{24} a_{22} - a_{24} c_{22}}{\Delta_0}, \quad \Delta_{21} = \frac{a_{23} c_{21} - c_{23} a_{21}}{\Delta_0}, \\
\Delta_{22} &= \frac{a_{23} c_{22} - c_{23} a_{22}}{\Delta_0}, \quad \Delta_0 = c_{23} a_{24} - a_{23} c_{24}. \\
q_1 &= \frac{q_{22}}{\nabla_1}, \quad n_1 = -\frac{q_{12}}{\nabla_1}, \quad q_2 = \frac{q_{11}}{\nabla_1}, \quad n_2 = -\frac{q_{21}}{\nabla_1}, \\
q_3 &= q_1 \nabla_{11} + q_2 \nabla_{12}, \quad n_3 = s_1 \nabla_{11} + s_2 \nabla_{12}, \\
q_4 &= q_1 \nabla_{21} + q_2 \nabla_{22}, \quad n_4 = n_1 \nabla_{21} + n_2 \nabla_{22}. \\
q_{11} &= b_{11} + b_{13} \nabla_{11} + b_{14} \nabla_{21}, \quad q_{12} = b_{12} + b_{13} \nabla_{12} + b_{14} \nabla_{22}, \\
q_{21} &= d_{11} + d_{13} \nabla_{11} + d_{14} \nabla_{21}, \quad q_{22} = d_{12} + d_{13} \nabla_{12} + d_{14} \nabla_{22}. \\
\nabla_1 &= q_{11} q_{22} - q_{21} q_{12}, \quad \nabla_{11} = \frac{b_{24} d_{21} - d_{24} b_{21}}{\nabla_0},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\nabla_{12} &= \frac{b_{24}d_{22} - d_{24}b_{22}}{\nabla_0}, & \nabla_{21} &= \frac{d_{23}b_{21} - b_{23}d_{21}}{\nabla_0}, \\ \nabla_{22} &= \frac{d_{23}b_{22} - b_{23}d_{22}}{\nabla_0}, & \nabla_0 &= b_{23}d_{24} - d_{23}b_{24}.\end{aligned}$$

Перерезывающие силы в сечении $x = H$ каждой сваи будут равны

$$EJ \frac{d^3 W_{21}(H)}{dx^3} = A_{11}W_1 + A_{01}W_0, \quad (29)$$

$$EJ \frac{d^3 W_{22}(H)}{dx^3} = A_{12}W_1 + A_{02}W_0.$$

$$\begin{aligned}A_{11} &= r_1\omega^3 S_2(\omega\bar{h}_{11}) + r_2\omega^2\beta_1 S_3(\omega\bar{h}_{11}) + r_3\beta_1^2\omega S_4(\omega\bar{h}_{11}) + r_4\beta_1^3 S_1(\omega\bar{h}_{11}). \\ A_{01} &= s_1\omega^3 S_2(\omega\bar{h}_{11}) + s_2\omega^2\beta_1 S_3(\omega\bar{h}_{11}) + s_3\beta_1^2\omega S_4(\omega\bar{h}_{11}) + s_4\beta_1^3 S_1(\omega\bar{h}_{11}). \\ A_{12} &= q_1\omega^3 S_2(\omega\bar{h}_{21}) + q_2\omega^2\beta_2 S_3(\omega\bar{h}_{21}) + q_3\beta_2^2\omega S_4(\omega\bar{h}_{21}) + q_4\beta_2^3 S_1(\omega\bar{h}_{21}). \\ A_{01} &= n_1\omega^3 S_2(\omega\bar{h}_{21}) + n_2\omega^2\beta_2 S_3(\omega\bar{h}_{21}) + n_3\beta_2^2\omega S_4(\omega\bar{h}_{21}) + n_4\beta_2^3 S_1(\omega\bar{h}_{21}).\end{aligned}$$

Из условий упругого контакта сваи с балкой следует

$$\begin{aligned}EJ \frac{d^3 W_{21}(H)}{dx^3} &= -k_1 (W_1 - W_b), \\ EJ \frac{d^3 W_{22}(H)}{dx^3} &= -k_2 (W_2 - W_b), \quad (30)\end{aligned}$$

где W_b — перемещение балки, k_1 и k_2 — коэффициенты жесткости связи балки со сваями. Сравнивая формулы (29) и (30), установим связи между перемещениями сечений свай W_1 , W_2 и балкой W_b основания W_0 , из которых определяем

$$\begin{aligned}\left(\bar{k}_1 = \frac{k_1 H^3}{EJ}, \quad \bar{k}_2 = \frac{k_2 H^3}{EJ} \right). \\ W_1 = \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_1 + A_{11}} W_b - \frac{A_{01}}{\bar{k}_1 + A_{11}} W_0. \\ W_2 = \frac{\bar{k}_2}{\bar{k}_2 + A_{12}} W_b - \frac{A_{02}}{\bar{k}_2 + A_{12}} W_0.\end{aligned}$$

Из уравнения движения балки под действием упругих сил следует

$$-m\omega^2 W_b = -k_1 (W_1 - W_b) - k_2 (W_2 - W_b), \quad (31)$$

Здесь m — масса балки.

Подставляя из (31) выражения W_1 и W_2 , получаем

$$W_b = W_0 \frac{\alpha_0}{\alpha_1 + m\omega^2}.$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= -\frac{A_{01}}{\bar{k}_1 + A_{11}} \bar{k}_1 - \frac{A_{02}}{\bar{k}_2 + A_{12}} \bar{k}_2, \\ \alpha_1 &= -\frac{A_{11}}{\bar{k}_1 + A_{11}} \bar{k}_1 + \frac{A_{12}}{\bar{k}_2 + A_{12}} \bar{k}_2, \quad m_1 = \frac{mH}{\rho J}.\end{aligned}$$

3 Результаты и обсуждение.

На рис. 4 представлены кривые зависимости перемещения балки от безразмерной частоты для различных значений коэффициентов жесткости k_1 и k_2 связи свай с балкой. В расчетах принято: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $H = 8$ м, $h_1 = 0.6H$, $h_2 = 0.4H$, $m = 3000$ кг, $\rho = 6000$ кг/м³, $W_0 = 5$ мм, площадь поперечного квадратного сечения свай со сторонами равными 0.3 м.

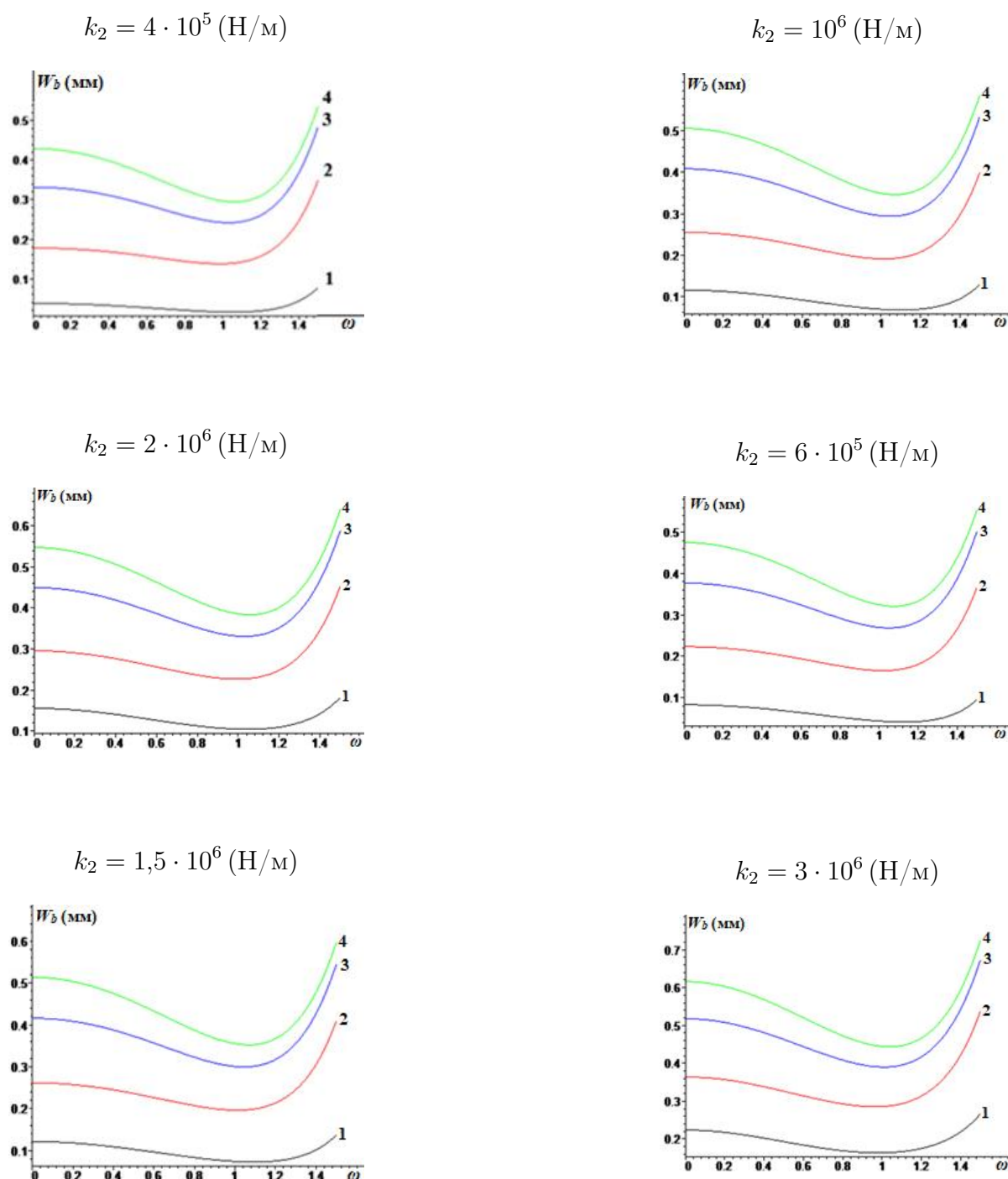


Рис. 5 Кривые изменения амплитуды колебаний балки W_b (мм) от безразмерной частоты ω при различных значениях коэффициентов жесткости k_1 и k_2 (Н/м): 1 — $k_1 = 10^6$, 2 — $k_1 = 6 \cdot 10^6$, 3 — $k_1 = 10^6$, 4 — $k_1 = 10^7$.

Из анализа кривых представленных на рис.4 следует, что перемещение балки в принятых интервалах изменения частоты с ростом коэффициентов жесткости упругих элементов также увеличивается. При частотах близких к единице амплитуда колебаний балки принимает минимальные значения. Резонансные явления для выбранных параметров и интервала изменения частоты отсутствуют. Таким образом, можно сделать вывод, наличие грунтов с высокими коэффициентами постели могут в значительной степени влиять на амплитудные частотные характеристики колебаний балки.

4 Выводы.

Характер колебательного процесса двух жёстко связанных между собой свай в значительной степени определяется разностью глубин заложения свай в грунтовую среду. При сохранении глубины погружения одной сваи и уменьшении глубины другой наблюдается рост амплитуды колебаний жёстко связанной со сваями массивной недеформируемой балки (рис.4). Анализ результатов расчёта прогибов и напряжений выявил существенное различие в характере распределения прогибов по длине двух свай с разной глубиной заложения. Причем, для сваи с большей глубиной заложения ее максимальные прогибы достигаются вблизи контакта с основанием, тогда как у сваи с меньшей глубиной заложения прогибы непрерывно уменьшаются по длине (рис.4). Из анализа законов распределения напряжений по длине свай следует (рис.4), что максимальные значения напряжений возникают в нижних сечениях свай, причем их наибольшие значения достигаются в свае, имеющей большую глубину заложения в грунтовую среду.

Литература

- [1] *Mardonov.B., Berdibaev.M., Khurramov.A.* Vibrations of a Girder on Rigid Supports of Finite Mass Interacting With Soil under Seismic Loads // E3S Web of Conferences.. – 2021 №264. P.02038. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402038> CONMECHYDRO, 2021.
- [2] *Mardonov.B., Nishonov.N., Berdibaev.M.* Calculation of beam road bridges for seismic loads taking into account the interaction of supports with the ground. // AIP Conference Proceedings 2612,.040017 (2023) <https://doi.org/10.1063/5.0113617>. Published Online: 15 March 2023.
- [3] *Карцивадзе Г.Н.* Сейсмостойкость дорожных искусственных сооружений при сильных землетрясениях. // М.: Транспорт, .1974, 260 с.
- [4] *Мардонов Б.М., Байбулатов Х.А., Бердибаев М.Ж.* Расчет балочных автодорожных мостов на сейсмические нагрузки с учетом взаимодействия опор с грунтом. // Узбекский журнал «Проблемы механики»..Ташкент, 2021. № 2. – С.54-64.
- [5] *Мардонов Б.М., Нишонов Н.А., Бердибаев М.Ж.* Расчет двухпролетного автодорожного балочного моста на воздействие сейсмической волны. // Узбекский журнал «Проблемы механики»..Ташкент, 2021. № 4. – С.3-12.
- [6] *Шестоперов Г.С.* Сейсмостойкость мостов. // М.:Транспорт,1984.–143с.
- [7] *Chung, R. et al.,* The January 17, 1995 Hyogoken-Nanbu (Kobe) Earthquake, NIST Special Publication 901, // National Institute of Standards and Technology, July 1996, 544 pp.
- [8] *EERI, Earthquake Engineering Research Institute,* The Hyogo-Ken Nanbu Earthquake, January 17, 1995, // Preliminary Reconnaissance Report, Feb..1995, 116 pp.
- [9] *Rashidov T.R., Shermuxamedov U.Z.* Transport inshootlarining zilzilabardoshligi: darslik // Rashidov T.R., Shermuxamedov U.Z. – Toshkent:.Complex Print, 2020. -408 b.

- [10] *B. Mardonov., N. Nishonov., Kh. Baybulatov., M. Berdibaev.* The effect of a seismic wave on a two-span beam on rigid supports interacting with the ground E3S Web of Conferences 401, 03070 / // CONMECHYDRO.-2023. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202340103070>.
- [11] *Пастернак П.Л.* Основы нового метода расчета фундаментов на упругом основании при помощи двух коэффициентов постели. Гос. изд. литературы по строительству и архитектуры. -М-Л..1954.
- [12] *Рашидов Т.Р., Кузнецов С.В., Мардонов Б.М., И.Мирзаев.* Прикладные задачи сейсmodинамики сооружений. Книга 1. Ташкент изд-во Навруз.2019, 568 с.
- [13] *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. - 510 с.
- [14] *Власов В.З., Леонтьев Н.Н.* Балки, плиты и облочки на упругом основании. М.1960, 491с. .

UDC 539.3+624.21

SEISMODYNAMICS OF A BRIDGE SPAN STRUCTURE IN CONTACT WITH DEFORMABLE SUPPORTS

¹*Mardonov B.M., ¹Nishonov N.A., ¹Berdibayev M.J., ¹Xurramov A.Ch.,
²A'zamov R.R.,
batsam@list.ru

¹Institute of Mechanics and Seismic Stability of Structures named after M.T. Urazbaev
Uzbekistan Academy of Sciences, 33, str. Durman yuli, Tashkent, 100125 Uzbekistan.

²National Research Institute of Seismic Safety and Sustainable Construction at the Tashkent
University of Architecture and Civil Engineering, Tashkent, Uzbekistan.

In practical engineering, problems frequently arise involving the structural analysis of pile groups embedded in a soil medium at varying depths. In this context, primary focus is placed on assessing the influence of the surrounding soil on the magnitude of pile displacements and the development of contact forces at the interfaces between the piles and the supporting beams. Observations of bridge structures subjected to external loads, particularly seismic forces, indicate that the most severe structural damage typically occurs at these pile-to-beam joints. This paper investigates the oscillatory behavior of a rigid beam interacting with two piles via elastic elements. Furthermore, the study evaluates the influence of stiffness coefficients on the amplitude-frequency characteristics (AFC) of the beam's vibration.

Keywords: bridge, girder, pier, oscillations, displacement, soil medium, seismic excitation.

Citation: Mardonov B.M., Nishonov N.A., Berdibayev M.J., Xurramov A.Ch., A'zamov R.R. 2026. Seismodynamics of a bridge span structure in contact with deformable supports. *Problems of mechanics*. 2(36):25-35.