Uzbek Journal “Problems of Mechanics”

научная статья

DOI: 10.68846/pmjournal-2026-37-00016

Экспериментальное определение фильтрационных параметров модели пористой среды на основе измерений в нестационарных условиях

Б.Х. Хужаёров[1,2], **А.И. Усмонов**[1], **Ж.Р. Туйгунов**[3*]

[1] Самаркандский государственный университет им. Шарофа Рашидова, Самарканд, 140104, Узбекистан
[2] Институт математики имени В.И. Романовского Академии наук Республики Узбекистан, Ташкент, 100174, Узбекистан
[3] Самаркандский государственный университет архитектуры и строительства им. М. Улугбека, Самарканд, 140147, Узбекистан
[*] **Автор для корреспонденции:** javlonbektuygunov312@gmail.com

Поступила: 23 июля 2026 | **Доработана:** 15 августа 2026 | **Принята:** 05 сентября 2026 | **Опубликована:** 30 сентября 2026

АННОТАЦИЯ

В работе экспериментально изучается фильтрация воды в модели пористой среды. На основе данных измерений характеристик фильтрации в стационарных условиях определен закон фильтрации, который оказался классическим законом Дарси. В нестационарных условиях на основе кривых восстановления давления (КВД) оценена пьезопроводность среды. Для определения этой величины использовались два метода: метод детерминированных моментов и метод минимизации квадратичного функционала невязки. Показано, что оба метода дают близкие результаты. Показана принципиальная возможность оценки упругоемкости среды через проницаемость и пьезопроводность среды. Оценена погрешность восстановления пьезопроводности в различных нормах при использовании указанных методов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

кривые восстановления давления, минимизация квадратичного функционала, пористая среда, проницаемость пористой среды, пьезопроводность среды, упругоемкость среды, фильтрация жидкости.

Experimental determination of the filtration parameters of the porous medium model based on measurements in non-stationary conditions

Bakhtiyor Kh.Khuzhayorov[1,2], **Azizbek I.Usmanov**[1], **Javlonbek R.Tuygunov**[3*]

[1] Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, 140104, Uzbekistan
[2] V.I. Romanovskiy Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, 100174, Uzbekistan
[3] Samarkand State University of Architecture and Construction named after Mirzo Ulugbek, Samarkand, 140147, Uzbekistan
[*] **Corresponding author:** javlonbektuygunov312@gmail.com

ABSTRACT

The work experimentally examines water filtration in a porous-medium model. Based on measurements of filtration characteristics under stationary conditions, the filtration law was determined and found to agree with the classical Darcy law. Under non-stationary conditions, the hydraulic diffusivity of the medium was estimated from pressure buildup curves. Two methods were used: the deterministic moment method and minimization of a quadratic residual functional. Both methods yielded close results. The study demonstrates the possibility of estimating the elastic storage capacity of the medium from its permeability and hydraulic diffusivity and evaluates the error of hydraulic-diffusivity recovery in different norms.

KEYWORDS

pressure buildup curves, quadratic-functional minimization, porous medium, porous-medium permeability, hydraulic diffusivity, elastic storage capacity, fluid filtration.

1. Введение

Для описания процесса фильтрации жидкости в пористых средах используется закон Дарси [1]. Этот закон устанавливает линейную зависимость скорости фильтрации от градиента давления, который в классическом виде записывается как

$$\vec{v} = -\frac{k}{\mu}\nabla p, \quad (1)$$

где $\vec{v}$ - скорость фильтрации, k - проницаемость среды, μ- вязкость жидкости, p- давление в среде, ∇ - градиентный оператор.

Проницаемость среды является одним из основных параметров при изучаним процессов нефтедобычи [2]. Для проектирования и анализа разработки нефтяных месторождений необходимо знать этот параметр, на основе которого с учетом других физико-геологических параметров выбирается система разработки месторождения, которая должна быть эффективной в технологическом, экономическом, экологическом и др. смиыслах.

Определение коллекторских свойств породы нефтяных месторождений помимо геофизических и гидродинамических методов осуществяется еще в лабораторных условиях. Для этого определяется пористость и проницаемость керна, отобранного из месторождения. Проведенные исследования показывают, что при низкой проницаемости керна линейный закон Дарси (1) нарушается: он становится нелинейным [3–5]. С уменьшением проницаемости среды отклонение от линейного закона усиливается. Помимо появления нелинейности в зависимости скорости фильтрации от градиента давления может появляться начальный (предельный) градиент давления [6–8] .

Обычно проницаемость образцов керна или искусственных пористых сред в лабораторных условиях определяется в стационарных условиях, т.е. после достижения равновесной связи между $\vec{v}$ и $\operatorname{grad} p$. Гидродинамическое исследование нефтяных и газовых скважин (ГДИС) может проводиться как при стационарных, так и нестационарных условиях [9]. В стационарных условиях снимаются индикаторные кривые, которые, естественно, не отражают характеристики нестационарного (переходного) процесса. В нестационарных условиях обычно снимаются КВД, кривые востановления уровня (КВУ), гидропрослушивание к др. [10]. Стандартная методика обработки КВД и других кривых основана на решение соответствующей прямой задачи. При этом строится график решения в наиболее упрощенных условиях в полулогорифмических координатах и используется асимтотическая часть кривой, близкой к стационарным условиям. При этом, естествено, теряется информация, содержащаяся в основной нестационарной части КВД. Некоторые подходы, использующие весь участок КВД и других кривых, приведены в [11–13] .

В данной работе дается методика экспериментального определения фильтрационных параметров модели пористой среды в нестационарных условиях. Используется два метода определения параметров модели: 1) метод детерминированных моментов [11]; 2) метод минимизации квадратичного функционала невязки. Дается сравнительная оценка полученных результатов на основе этих двух методов. В отличие от классических методов здесь используется весь участок КВД, что дает основание считать применямых здесь подходов более информативными, и естественно, более совершенными.

2. Экспериментальные результаты

Для проведения экспериментальных исследований при кафедре «Математическое моделирование» Самаркандского государственного университета создана экспериментальная лаборатория по механике жидкости и газа. На этой лаборатории собрана экспериментальная установка по исследованию фильтрации жидкости и газа на модели пористой среды. Схема экспериментальной установки показана на рис.1. Из баллона высокого давления 1 воздух подается в емкость с жидкостью 4. Давление подачи воздуха контролируется регулятором давления 2 и стабилизатором давления 3. Воздух вытесняет жидкость из емкости 4 в модель пористой среды 12. Модель имеет рубашку 15 для циркуляции теплоагента. Температурный режим в моделе пласта обеспечивается термостатом 18 путем циркуляции теплоагента. Расход выходящей из модели жидкости измеряется расходомером 17, а расход газа измеряется газовым счетчиком 16. Расход жидкости может измеряться еще и объемно-весовым методом. Для этого на весах 14 измеряется масса истекающей в сосуд 13 жидкости, которая затем переводится в объем исходя из плотности жидкости. Направление потока жидкости или газа регулируется вентилями 5–9. Давление жидкости или газа измеряется образцовыми манометрами 10, 11.

Модель пористой среды создана из кварцевого песка различной фракции. Распределение песка по фракциям показана на рис.2. Используя различные фракции песка можно создать пористые среды с определений пористостью и проницаемостью.

Модель пласта 12 насыщается исследуемой жидкостью путем вакуумирования. Затем проводятся эксперименты по фильтрации при различных постоянных давлений p_0 на входе в модель. Для каждого p_0, измерямого манометром 10, при открытим выходе из модели, т.е. при открытом вентиле 6 после установления стационарного режима определяется расход жидкости следующим образом. Определяется масса истекшей жидкости M после установления стационарного режима в измерительной посуде 13 на основе показаний весов 14. Делается несколько измерений для разной продолжительности времени $\Delta t_i = 5, 10, 15, 20, 30, \ldots$.сек. $i = 1, \ldots, n$ где n- количество измерений. Из соответствующих истекших масс жидкости M_i, $i = 1, \ldots, n$ определяются объемные расходы жидкости $Q_i = \dfrac{M_i}{\rho \Delta t_i}$, $i = 1, \ldots, n$. Затем определяется средняя величина объемного расхода

$$\overline{Q} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Q_i.$$

Эксперименты проводились с заданными давлениями $10^{-5} p_0 = 0.1; 0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1.0$ Па с обычной водопроводной водой при температуре 20°C. Пиристость среды составляла 0,37. Зависимость Q от $\Delta p = p_0 - 0 = p_0$ показана на рис.3. Как видно из рисунка, график зависимости является прямой, что свидетельствует о справедливости классического закона Дарси. Обработка экспериментальных данных методом наименьших квадратов дает следующую теоретическую зависимость $10^{-6} Q = 0.64 \cdot 10^{-5} \Delta p$. Коэффициент корреляции составляет r =0.9993.

На основе данных рис.3 определена проницаемость среды $k = 6.67 \cdot 10^{-12}$ м^2.

После установления стационарного режима закрывался вентиль 6 и снималась КВД на манометре 11. КВД при различных p_0 приведены на рис.4. Как видно из кривых, с увеличенем p_0 время выхода КВД на стационарный режим уменьшается.

3. Методика определения фильтрационных параметров модели пористой среды

На основе полученных экспериментальных данных теперь решаем задачу по определению фильтрационных характеристик модели пласта. Предположим, что процесс фильтрации происходит в упругом режиме. Тогда уравнение фильтрации принимаем в виде

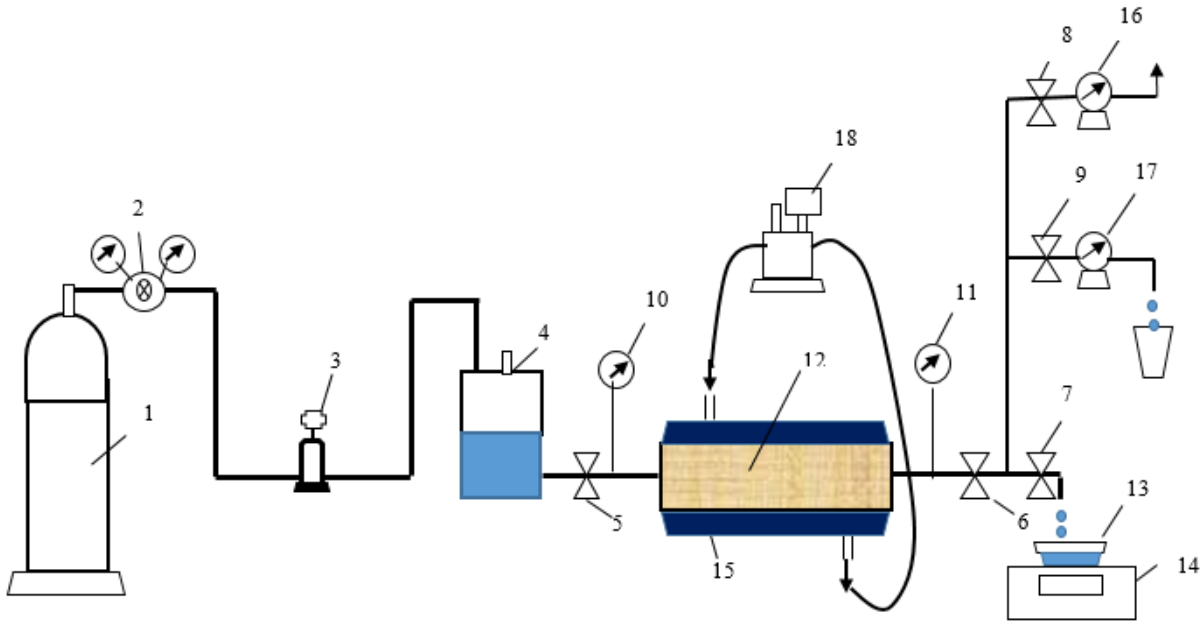


Рисунок 1. Установка по определению фильтрационных характеристик модели пористой среды. 1 – баллон высокого давления для воздуха, 2 – редуктор давления, 3 – стабилизатор давления, 4- емкость для жидкости, 5,6,7,8,9 – вентили, 10,11 – образцовые манометры, 12 – модель пористой среды, 13 – измерительная посуда, 14 – электронные весы, 15 – рубашка для циркуляции теплоагента, 16 – газовый счетчик, 17 – расходомер для жидкости, 18 – термостат.

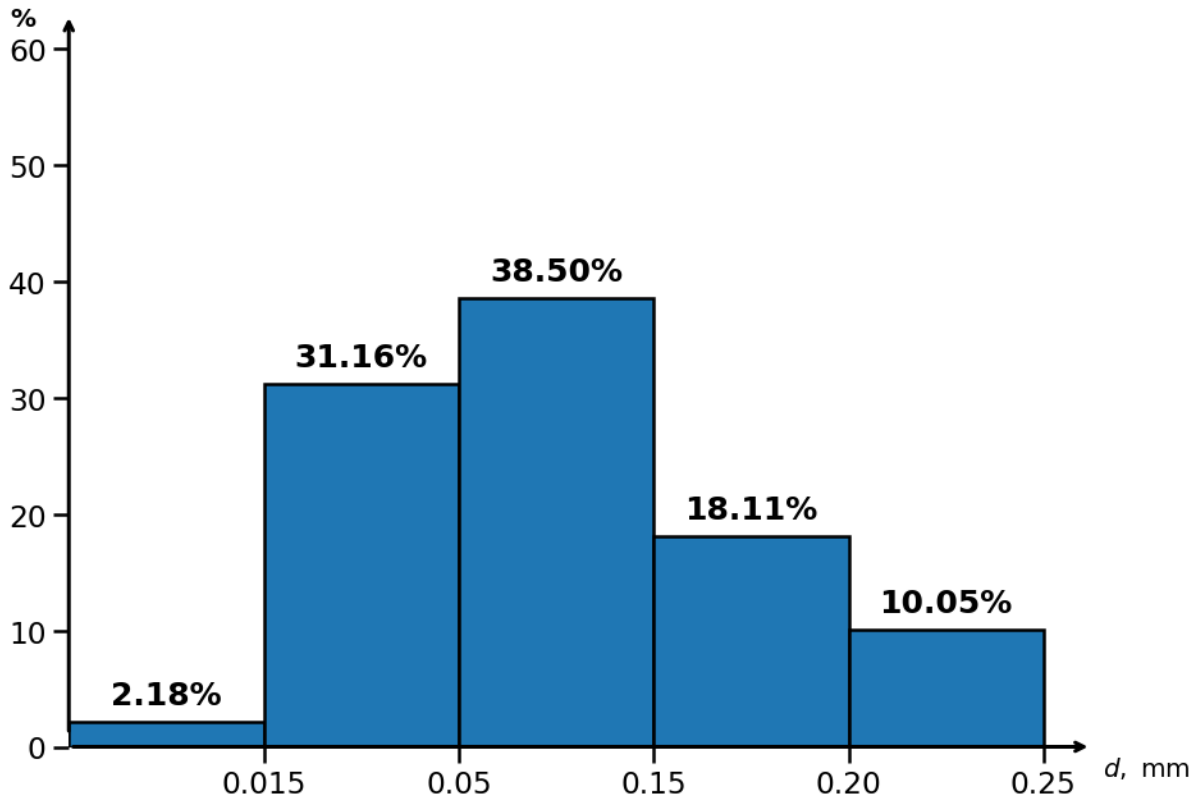


Рисунок 2. Распределение частиц кварцевого песка по размерам зерен.

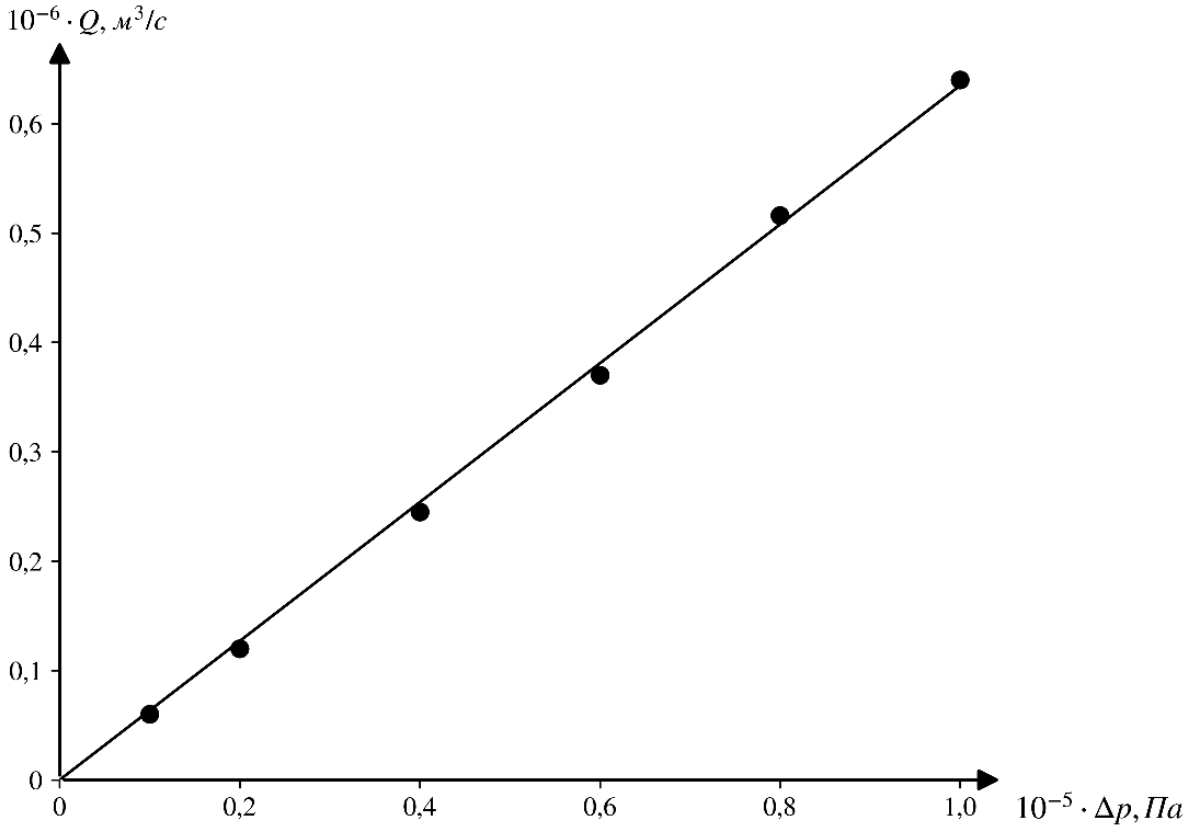


Рисунок 3. Зависимость объемного расхода воды от перепада давления.

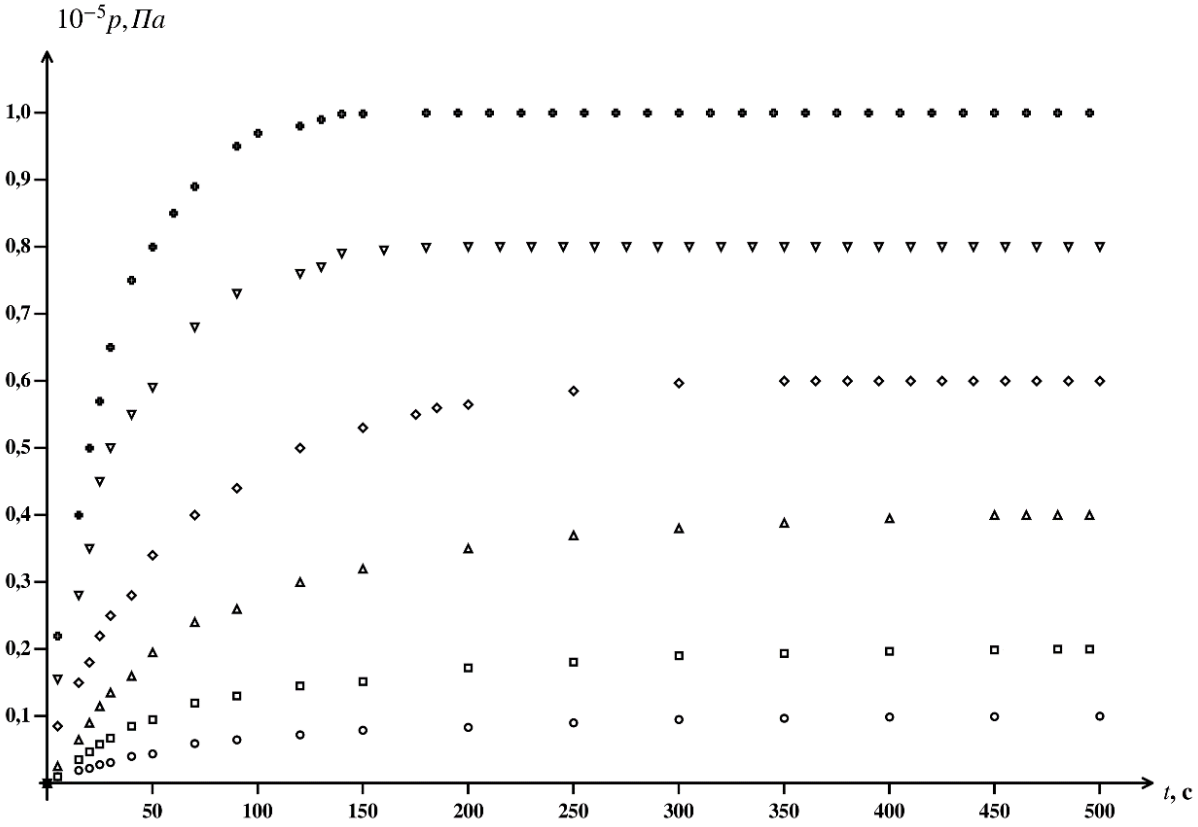


Рисунок 4. КВД при $10^{-5} p_0 = 0,1$ (○), 0,2 (□), 0,4 (△), 0,6 (◇), 0,8 (▽), 1,0 (+), Па.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \qquad 0 < x < L \ (2)$$

где $\chi = \dfrac{k}{\mu\beta}$- коэффициент пьезопроводности, $\beta = m\beta_{ж} + \beta_{с}$- коэффициент упругоемкости среды, m- пористость среды, $\beta_{ж}$- коэффициент объемной сжимаемости жидкости, $\beta_{с}$- коэффициент объемной упругости среды.

Поставим задачу определения χ в (2) на основе экспериментально измеренных величин давления p в определенных точках среды. В качестве этой исходной информации принимаем КВД в конце модели $x = L$, снятые после установления стационарною режима для различных p_0.

Теоретически задача определения поля давления на основе (2) с заданным χ для указанного режима ставится со следующими начальным и граничными условиями.

Поскольку задача исследуется начиная со стационарного режима, начальное условие принимается как

$$p(0, x) = p_0 \frac{L - x}{L}. \ (3)$$

Граничные условия имеют смешанный тип: на входе ($x = 0$) задаётся условие $p_0 = \text{const}$, а на выходе $x = L$ – условие непротекания

$$p(t, 0) = p_0 = \text{const}, \qquad \frac{\partial p}{\partial x}(t, L) = 0 \ (4)$$

Решая (2) - (4) с заданными χ, p_0 определяем $p(t, x)$, которого принимаем как теоретическое решение $p_T(t, x)$, т.е. $p_T(t, x) = p(t, x)$. Аналитическое решение этой задачи получено в среде Maple 2024 в виде

$$p(t, x) = p_0 - \frac{8p_0}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^2} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi x}{2L}\right) \exp\left[-\frac{\pi^2 (2n+1)^2 \chi t}{4L^2}\right]. \ (5)$$

В качестве первого метода определения фильтрационных параметров модели используем методику [11]. В [11] решена обратная задача определения пьезопровидности χ и времени релаксации градиента давления λ в одномерном уравнении релаксационной фильтрации следующего вида

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \chi \left(1 + \lambda \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}. \ (6)$$

Используя метод детерминированных моментов [14] при заданных дополнительных условиях для (6) выведены формулы для χ и λ в следующем виде

$$\chi = \frac{p_0 L^2}{3(\Delta\widetilde{p}_0 - p_0\lambda)} \ (7)$$

$$\lambda = \frac{\Delta\widetilde{p}_0}{p_0} - \sqrt{5\left[\frac{\Delta\widetilde{p}_1}{p_0} - \left(\frac{\Delta\widetilde{p}_0}{p_0}\right)^2\right]}, \ (8)$$

где $\Delta\widetilde{p}_i = \displaystyle\int_0^{\infty} t^i [p_0 - p(t, L)]\, dt, \quad i = 1, 2$

При пренебрежении релаксационными эффектами $\lambda = 0$ из (7) в наших условиях получим

$$\chi = \frac{p_0 L^2}{3\Delta\widetilde{p}_0} \ (9)$$

где $\Delta\widetilde{p}_0 = \displaystyle\int_0^{\infty} [p_0 - p(t, L)]\, dt.$

В (9) $p(t, L)$ представляет собой КВД. Поэтому при расчете с (9) вместо $p(t, L)$ используем экспериментально определенные КВД, т.е. $p_{\text{exp}}(t, L)$.

В качестве второго метода определения χ используем метод минимизации квадратичного функционала невязки.

Строим следующий функционал

$$J(\chi) = \int_0^T [p_T(t, L) - p_{\text{exp}}(t, L)]^2\, dt \ , \ (10)$$

где T - максимальное время восстановления давления при $x = L$.

Задача определения χ сводится к минимизации функционала (10) относительно χ.

Минимизируем функционал используя известные методы спуска, в частности метод градиентного спуска (МГС) или метод наискорейшего спуска (МНС) [15]. То значение χ, где J имеет минимум с заданной точностью ε принимается как искомое значение χ.

Алгоритм определения χ в соответствии с МГС строится следующим рекуррентным соотношением:

$$\chi_{j+1} = \chi_j - \alpha J'(\chi_j),\ j = 0, 1, 2, \ldots,\ \alpha = \text{const}, \quad (11)$$

где $J'(\chi)$ определяется как

$J'(\chi_j) = \dfrac{J(\chi_j + h) - J(\chi_j - h)}{2h}$,

h - примаемый шаг в окрестности χ_j, χ_0 - начальное приближение χ.

Критерий остановки процесса минимизации $J(\chi)$ определяется условием

$$|\chi_{j+1} - \chi_j| < \varepsilon,\ \varepsilon = 10^{-4}. \quad (12)$$

Когда используется МНС с алгоритмом поиска шага с возвратом, на каждом итерационном шаге выбирается направление спуска $d_j = -J'(\chi_j)$. Величина шага α_j выбирается таким образом, чтобы выполнялось [16]:

$$J(\chi_j + \alpha_j d_j) \le J(\chi_j) + c\alpha_j J'(\chi_j) d_j\ ,\ c = 10^{-4}. \quad (13)$$

Новое значение χ определяется как

$$\chi_{j+1} = \max(\chi_j + \alpha_j d_j, \chi_{\min}), \qquad \chi_{\min} = 10^{-10}. \quad (14)$$

Алгоритм завершается при выполнении условия (12).

4. Результаты расчетов фильтрационных параметров

При использовании метода [11] на основе КВД, приведенных на рис.4 получены следующие результаты для χ (табл. 1). Как видно из табл.1, с увеличением p_0 значение χ увеличивается.

Таблица 1. Значения χ, полученные с использованием метода [11]

$10^{-5}p_0$, Па	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$10^{-5}\Delta\widetilde{p}_0$, Па·с	7,80000	14,9650	27,7500	34,4250	25,2750	25,2250
χ, м^2/с	0,004	0,0041	0,0043	0,0056	0,0117	0,0144

Теперь приведем результаты, полученные с использованием МГС и МНС (табл.2). Как видно из табл.2, оба метода дают практически идентичные результаты. Однако, количество необходимых итераций в МНС намного меньше чем в МГС. Значения функционала $J(\chi)$ достигают малые величины, особенно при относительно малых p_0.

Таблица 2. Определение параметров χ и $J(\chi)$ с использованием МГС и МНС

$10^{-5}p_0$, Па	Метод	Число итераций	Начальное приближение χ_0, м^2/с	Расчетное значение χ, м^2/с	Расчетное значение $J(\chi)$
0,1	МГС	158	0,001	0,00367	$3,1477 \cdot 10^{-4}$
	МНС	15		0,00367	$3,1477 \cdot 10^{-4}$
0,2	МГС	150	0,001	0,00377	$1,2854 \cdot 10^{-3}$
	МНС	11		0,00377	$1,2854 \cdot 10^{-3}$
0,4	МГС	151	0,001	0,00389	$7,1502 \cdot 10^{-3}$
	МНС	13		0,00389	$7,1502 \cdot 10^{-3}$
0,6	МГС	200	0,002	0,0053	$7,9536 \cdot 10^{-3}$
	МНС	23		0,0053	$7,9536 \cdot 10^{-3}$
0,8	МГС	170	0,002	0,00998	$1,9946 \cdot 10^{-2}$
	МНС	21		0,00998	$1,9946 \cdot 10^{-2}$
1,0	МГС	174	0,002	0,0118	$2,6941 \cdot 10^{-2}$
	МНС	15		0,0118	$2,6941 \cdot 10^{-2}$

Сравнение табл.1 и 2 показывает, что использованные методы дают близкие результаты.

Используя полученные значения χ (табл.1, 2) производился расчет КВД на основе аналитического решения (5). Некоторые результаты приведены на рис.5, 6. Как видно из этих рисунков, теоретические и экспериментальные данные близки. В соответствии с данными табл.1, 2 теоретические результаты по двум методам несколько отличаются, но близки к экспериментальным.

Для того, чтобы оценить погрешность экспериментальных данных от аналитического решения, рассматриваемого при экспериментально определенных χ, вычислены различные нормы для примененных двух методов:

а) относительная погрешность

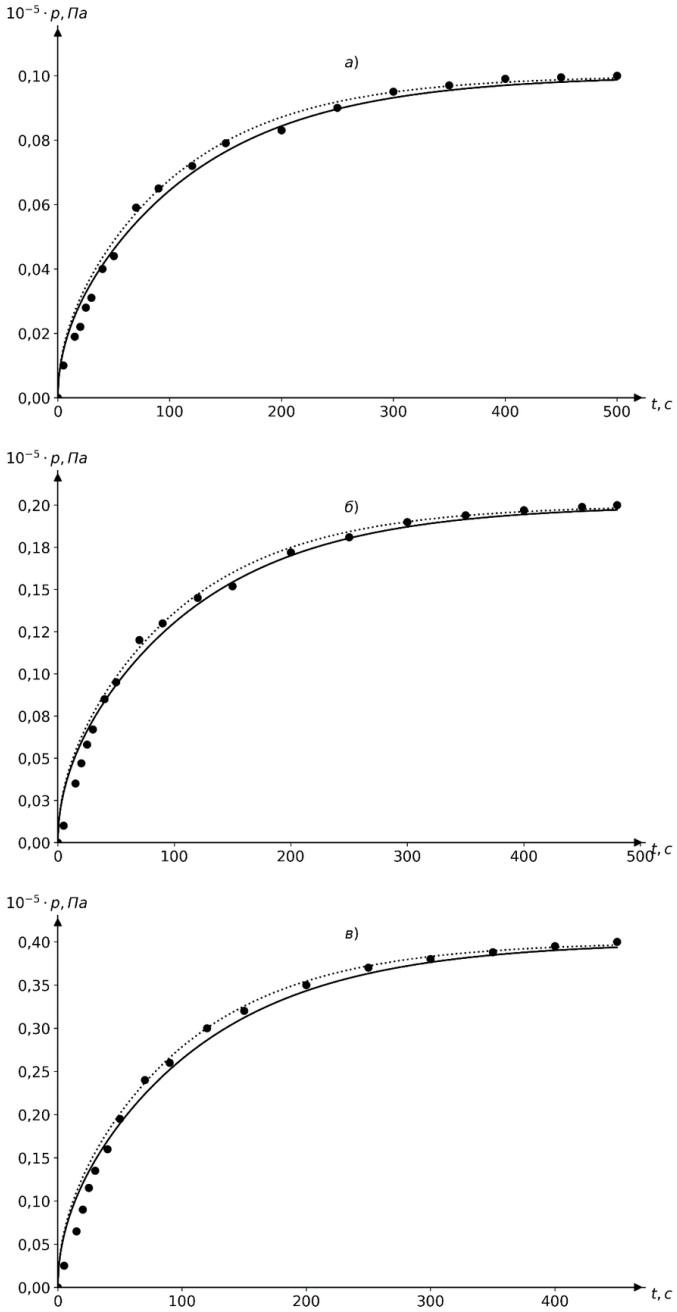


Рисунок 5. Экспериментальные данные (•) и расчетные кривые $p(t, L)$ по данным табл. 1 и 2 при $10^{-5} p_0 = 0,1$ (а), $0,2$ (б), $0,4$ (в), Па.

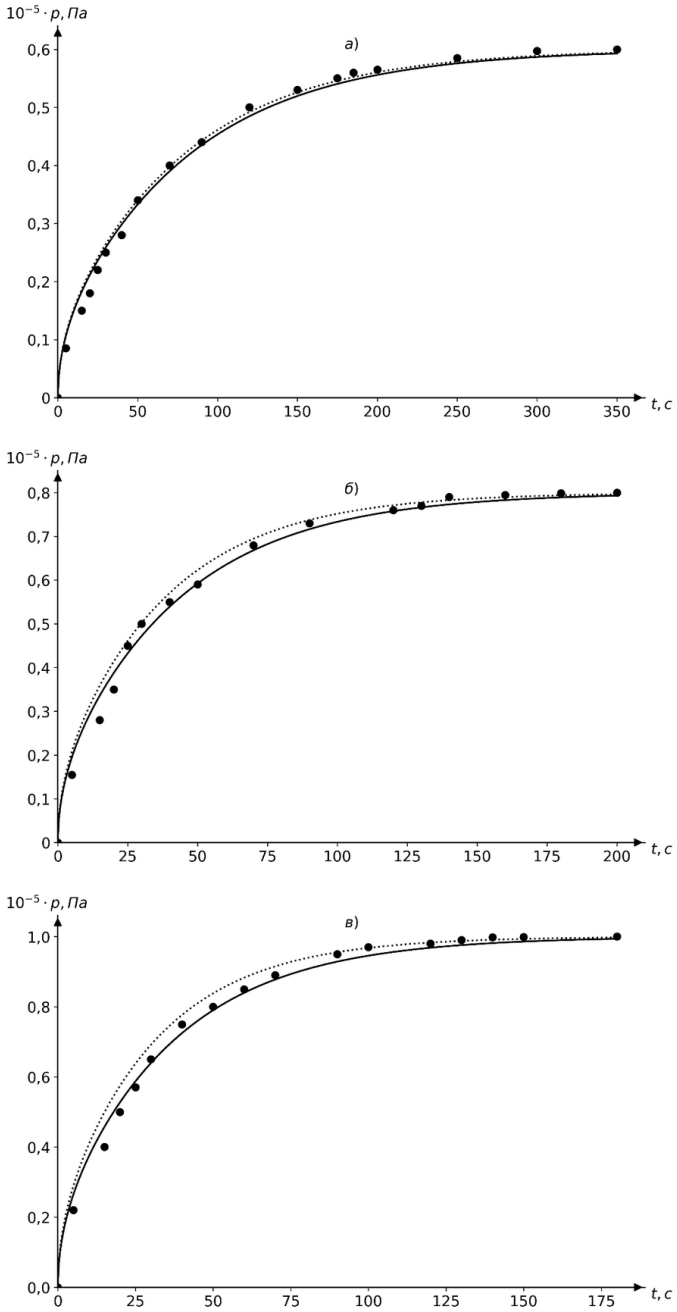


Рисунок 6. Экспериментальные данные (•) и расчетные кривые $p(t, L)$ по данным табл. 1 и 2 при $10^{-5} p_0 = 0,6$ (а), $0,8$ (б), $1,0$ (в), Па.

$$\|\delta\|_{C_1} = \max_{t_j} |p_{1T}(t_j, L) - p_{\exp}(t_j, L)|$$

$$\|\delta\|_{C_2} = \max_{t_j} |p_{2T}(t_j, L) - p_{\exp}(t_j, L)|$$

б) среднеквадратичная погрешность

$$\|\delta\|_{L_{2,1}} = \frac{1}{N}\sqrt{\sum_{j=1}^{N}[p_{1T}(t_j, L) - p_{\exp}(t_j, L)]^2}$$

$$\|\delta\|_{L_{2,2}} = \frac{1}{N}\sqrt{\sum_{j=1}^{N}[p_{2T}(t_j, L) - p_{\exp}(t_j, L)]^2}$$

где индекс 1 соответствует методу [11], 2 – второму методу.

Результаты расчетов норм погрешности приведены в табл.3. Как видно из табл.3, получена приемлемая погрешность экспериментальных данных от аналитического решения. Несколько низкие значения погрешности для второго метода обьясняется высокой точностью приближения χ с $\varepsilon = 10^{-12}$ на компьютере.

Таблица 3. Нормы погрешности экспериментальных данных относительно аналитического решения

Методы	Нормы, Па	$10^{-5}p_0$, Па					
		0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
Метод [11]	$10^{-5}\|\delta\|_{C_1}$	0,0088	0,0210	0,0452	0,0374	0,0812	0,0990
	$10^{-5}\|\delta\|_{L_{2,1}}$	0,0009	0,0019	0,0045	0,0039	0,0081	0,0102
Минимизация квадратичного функционала невязки	$10^{-5}\|\delta\|_{C_2}$	0,0071	0,0195	0,0388	0,0328	0,0557	0,0571
	$10^{-5}\|\delta\|_{L_{2,2}}$	0,0008	0,0017	0,0039	0,0036	0,00564	0,00564

Для сравнения преимуществ и недостатков двух использованных методов направлен запрос на ChatGPT. Получено сообщение следующего характера. Сравнение двух методов, [11] и метода минимизации, позволяет сделать вывод об их взаимной согласованности и надёжности. Оба метода дают значения χ одного порядка 10^{-3} м^2/с с одинаковой качественной зависимостью: коэффициент пьезопроводности монотонно растёт с увеличением начального давления. Такая близость независимо от полученных оценок служит взаимной проверкой (кросс-валидацией): существенное расхождение указывало бы на ошибку хотя бы в одном из методов, тогда как наблюдаемое согласие подтверждает корректность обоих методов. Методы не конкурируют, а дополняют друг друга: формула [11] служит надёжным начальным приближением и независимой проверкой, а минимизация уточняет оценку по всей совокупности данных. Совместное применение обоих методов повышает достоверность результата.

Разные значения χ для различных p_0 на первый взгляд является неожиданным. Линейный закон фильтрации (рис.3) получен в стационарных условиях, где χ не играет роли в распределении давления в среде. Пьезопроводность характеризует переходной период от начала процесса до стационарного состояния. Как видно из рис.4, продолжительность переходного процесса для различных p_0 различна. При этом, при относительно больших p_0 этот период значительно уменьшается. Условная зона распространения возмущения в среде при предположении об упругом режиме определяется в соответствии с законом const$\sqrt{\chi t}$, хотя для параболических уравнений нельзя показать конечную скорость распространения. Если исходить из стационарного состояния (рис.3), то проницаемость среды является постоянной величиной. Если считать, что вязкость жидкости также является постоянной, то различные χ для различных p_0 может быть объяснено изменением упругоемкости среды. В более общих предположениях, как показывают многочисленные эксперименты [3, 4, 8] в низкопроницаемых средах, проницаемость является переменной величиной. Таким образом, разные значения χ при разных p_0, по-видимому, может быть объяснено упругой деформацией жидкости и, в меньшей степени –скелета пористой среды (в данном случае частиц кварцевого песка). Если считать k известной из рис.3, и вязкость μ - известной величиной, то упругоемкость среды можно определить как $\beta = \dfrac{k}{\mu\chi}$.

5. Выводы

В работе экспериментально изучена фильтрация воды через модель пористой среды при постоянной температуре. Определен закон фильтрации, который хорошо согласуется с классическим законом Дарси. На основе экспериментальных данных по восстановлению давления после прекращения фильтрации определен коэффициент пьезопроводности среды. Показано, что этот коэффициент имеет различные значения для различных перепадов давления в среде. Установлено, что коэффициент пьезопроводности среды увеличивается с увеличением перепада давления. Это приводит к ускорению переходного периода изменения давления от начального стационарного до полного восстановления. Данный факт объяснен сжимаемостью (упругой объемной деформацией) жидкости и, в меньшей степени, – твердой фазы пористой среды. Показано, что метод [11] и метод минимизации квадратичного функционала невязки, которые использованы при определении пьезопроводности, дают близкие результаты. Оценена погрешность аналитического решения для определенных χ от экспериментальных данных в различных нормах. Показано, что погрешность находится в приемлемых диапазонах, характерных для таких экспериментальных исследований.

Декларации / Declarations

Вклад авторов: Все авторы внесли существенный вклад в постановку задачи, планирование и проведение экспериментального исследования, анализ и интерпретацию полученных результатов, а также в подготовку и критическое редактирование рукописи. Все авторы ознакомились с окончательной версией рукописи, одобрили её и несут ответственность за содержание работы.

Author Contributions: All authors made substantial contributions to the formulation of the research problem, planning and conduct of the experimental study, analysis and interpretation of the results, and preparation and critical revision of the manuscript. All authors read and approved the final version and accept responsibility for the content of the work.

Финансирование: Исследование не получало внешнего финансирования.

Funding: This research received no external funding.

Одобрение этического комитета: Не применимо. Работа представляет собой физико-техническое экспериментальное исследование фильтрации жидкости в модели пористой среды и не включает исследования с участием людей или живых животных.

Ethics Approval: Not applicable. This is a physical and technical experimental study of fluid filtration in a porous-medium model and does not involve human participants or live animals.

Информированное согласие и согласие на публикацию: Не применимо. В исследовании отсутствуют участники-люди и идентифицируемые персональные данные.

Informed Consent and Consent for Publication: Not applicable. The study involves no human participants or identifiable personal data.

Доступность данных: Экспериментальные данные, использованные для получения представленных результатов, приведены в статье в виде таблиц, графиков и расчетных зависимостей. Дополнительные исходные данные могут быть предоставлены автором для корреспонденции по обоснованному запросу.

Data Availability Statement: The experimental data supporting the reported results are presented in the article in the form of tables, graphs, and calculated relationships. Additional underlying data may be obtained from the corresponding author upon reasonable request.

Благодарности: Авторы не заявляют дополнительных благодарностей.

Acknowledgments: The authors declare no additional acknowledgments.

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflicts of interest.

Сведения об использовании искусственного интеллекта: В тексте рукописи указано, что ChatGPT (OpenAI) использовался для получения сравнительного текстового описания преимуществ и недостатков двух применённых методов. Экспериментальные данные, расчёты и научные выводы представлены авторами; ответственность за окончательное содержание рукописи несут авторы.

Artificial Intelligence Disclosure: The manuscript states that ChatGPT (OpenAI) was used to obtain a comparative textual description of the advantages and disadvantages of the two methods applied. The experimental data, calculations, and scientific conclusions are presented by the authors, who retain responsibility for the final content of the manuscript.

Обозначения и сокращения

КВД	кривая восстановления давления / pressure buildup curve
КВУ	кривая восстановления уровня / level recovery curve
ГДИС	гидродинамическое исследование скважин / well-test analysis
МГС	метод градиентного спуска / gradient descent method
МНС	метод наискорейшего спуска / steepest descent method
k	проницаемость пористой среды / permeability of the porous medium
χ	коэффициент пьезопроводности / hydraulic diffusivity coefficient

Список литературы

[1] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984, – 211 с.

[2] Ezekwe N. Petroleum Reservoir Engineering Practice. Prentice-Hall, Upper Saddle River. 2011. Pearson Prentice Hall, – 2011. – 770 p. ttps://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=3682612

[3] Инь Сянцин, И Лун. Фильтрационная особенность низкопроницаемых коллекторов // Нефть, газ и бизнес. – 2008. – №11. – С. 63-65.

[4] Байков В.А., Колонских А.В., Макатров А.К., Политов М.Е., Телин А.Г. Нелинейная фильтрация в низкопроницаемых коллекторах. Лабораторные фильтрационные исследования керна Приобского месторождения // Научно-технический вестник ОАО «НК «Роснефть». – 2013. – Вып. 31, № 2. С. 4-7.

[5] Шагапов В.Ш., Дударева О.В. Проявление нелинейных эффектов фильтрации в низкопорницаемых коллекторах при переменных режимах функционирования скважины // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2016. – №1(39). – С. 102-114.

[6] WANG Xue-wu, YANG Zheng-ming, SUN Yu-ping, LIU Xue-wei, Experimental and Theoretical Investigation of Nonlinear Flow in Low Permeability Reservoir // Procedia Environmental Sciences. – 2011. – P. 1392-1399

[7] Шагапов В.Ш., Белова О.В. Особенности фильтрации в низкопроницаемых коллекторах с проявлением предельного градиента давления // Инженерно-физический журнал. – 2017. – Т. 87. №6. – С. 1269-1281.

[8] Teng Y., Li Z., Chen C. Pre-Darcy flows in low-permeability porous media // Hydrogeology J. – 2024. – P. 1957–1977. – https://doi.org/10.1007/s10040-024-02853-4.

[9] Islam M. R., Hossain M. E., Moussavizadegan S. H., Mustafiz S., Abou-Kassem J. H. Advanced Petroleum Reservoir Simulation. Towards Developing Reservoir Emulators. Second Edition. 2016. Scrivener Publishing LLC.

[10] Chaudhry Amanat U. Oil Well Testing Handbook. Gulf Professional Publishing. 2004. https://doi.org/10.1016/B978-0-7506-7706-6.X5089-9

[11] Хужаёров Б. Х. Фильтрация неоднородных жидкостей в пористых средах. Ташкент: ФАН, 2012. – 280 с.

[12] Хайруллин М.Х., Хусамов Р.С., Шамсимов М.Н., Фархуллин Р.Г. Интерпретация результатов гидродинамических исследований скважин методами регуляризации. Москва - Ижевск, НИЦ Регулярная и хаотическая динамика компьютерных исследований. 2006. – 172 с.

[13] Гамзаев Х.М. Определение коэффициента пьезопроводности на основе модели упругого режима разработки пласта // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. – 2023. – № 63. – С. 29–36. – https://doi.org/10.17223/19988605/63/4

[14] Химмельблау Д. Анализ процессов статистическими методами. – Москва: «МИР». – 1973. – 959

[15] Bonnans, J. F., Gilbert, J. C., Lemarechal, C., Sagastizabal A. Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects. 2nd ed. – Berlin: Springer-Verlag, 2006. – 491 p.

[16] Rahali, N. E. Global convergence of the Armijo epsilon steepest descent algorithm / N. E. Rahali, N. Djeghaba, R. Benzine // Revue d'Analyse Numérique et de Théorie de l'Approximation. – 2012. – Vol. 41, no. 2. – P. 169–180.

Отказ от ответственности / Примечание издателя

Утверждения, мнения и данные во всех публикациях принадлежат исключительно отдельным авторам и участникам и не обязательно отражают взгляды издателя, журнала или редакторов. Издатель, журнал и редакторы не несут ответственности за вред людям или ущерб имуществу, возникший вследствие использования идей, методов, инструкций или продуктов, упомянутых в тексте.

Disclaimer of Liability/Publisher's Note

The statements, opinions, and data contained in all publications are solely those of the individual author(s) and contributor(s) and do not necessarily reflect the views of the Publisher, the Journal, or the editors. The Publisher, the Journal, and the editors disclaim responsibility for any injury to persons or damage to property resulting from any ideas, methods, instructions, or products referred to in the content.